Leçon 203 : Utilisation de la notion de compacité.

1 Notion de compacité (Gourdon)

1.1 Définitions

- Définition par équivalence de BL et BW
- Exemples d'espaces compacts

1.2 Propriétés générales

- Une ou deux caractérisations
- Une ou deux propriétés (intersection, produit etc.)
- Exemples d'utilisations de ces propriétés (cube en dimension finie par exemple)

2 Les applications continues (Gourdon, Quéffélec)

2.1 Théorèmes généraux

- Si X compact et $f : X \to \mathbb{R}$ continue, f atteint ses bornes + application
- Si X compact et $f : X \to Y$ continue, $f(X)$ compact
- Si Y compact et $f : X \to Y$ continue bijective, f^{-1} aussi continue + $\mathbb{S}^1 \cong \mathbb{Z}/2\pi\mathbb{Z}$
- Heine + Construction de l'intégrale de Riemann
- Dini
- Piocher autres exemples dans les bouquins

2.2 Théorème de Weierstrass

- Théorème de Weierstrass général
- Dév 1 : Cas réel par convolution

3 Compacité dans les EVNs (Gourdon, Hirsch-Lacombe)

3.1 Dimension finie

- Fermés-bornés ssi compact en dimension finie
- Application à la continuité des applications linéaires
- Corrolaire : Théorème de Riesz + Équivalence des normes
- Trouver une bouquin d'équas diffs pour lemme des bouts si motivé
- Dév 2 : Théorème Brouwer plan euclidien

3.2 Dimension infinie

- Ascoli

Remarque

- Attention à bien mettre beaucoup d'applications, j'en ai sans doute pas mis assez au vu du titre de la leçon et du rapport de jury